

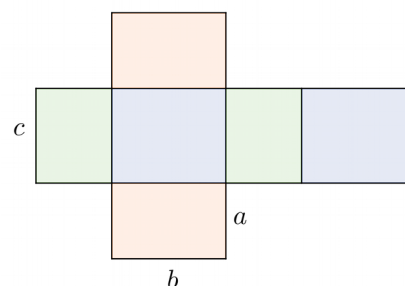
Problema svolto sul parallelepipedo rettangolo n° 1

Problema su un **parallelepipedo rettangolo** date le tre dimensioni a, b, c

In un parallelepipedo rettangolo i lati di base misurano 12 cm e 15 cm e l'altezza misura 14 cm. Determina la superficie totale e il volume del parallelepipedo.

Dati $a = 12 \text{ cm}$ *Richiesta* $A_t = ?$
 $b = 15 \text{ cm}$ $V = ?$
 $c = 14 \text{ cm}$

Sviluppo



Spiegazione

Svolgimento

Il volume si ricava applicando direttamente la formula → $V = a \cdot b \cdot c = 12 \cdot 15 \cdot 14 = 2520 \text{ cm}^3$

La superficie totale si può ricavare in **due modi**:

1) Applicando direttamente la formula valida solo per il parallelepipedo rettangolo → $A_t = 2(ab + bc + ac) = 2(12 \cdot 15 + 15 \cdot 14 + 12 \cdot 14) = 2(180 + 210 + 168) = 2 \cdot 558 = 1116 \text{ cm}^2$

2) Applicando la formula del prisma retto, visto che il parallelepipedo è anche un prisma → $A_t = A_l + 2A_b$

L'area della superficie laterale è → $A_l = p_b \cdot c = 2(a + b) \cdot c = 2(12 + 15) \cdot 14 = 2 \cdot 27 \cdot 14 = 54 \cdot 14 = 756 \text{ cm}^2$

L'area di base è → $A_b = a \cdot b = 12 \cdot 15 = 180 \text{ cm}^2$

L'area della superficie totale è → $A_t = A_l + 2A_b = 756 + 2 \cdot 180 = 756 + 360 = 1116 \text{ cm}^2$

Antonio Guermani, 2017*

*©©© Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons:

Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia . Info su: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it>

Problema svolto sul parallelepipedo rettangolo n° 2

Problema su un **parallelepipedo rettangolo** dati il volume V e il perimetro di base p_b

Il volume di un parallelepipedo rettangolo e il perimetro della sua base misurano rispettivamente 1485 cm^3 e 48 cm . Sapendo che dimensioni di base sono una i tre quinti dell'altra, determina l'altezza del parallelepipedo.

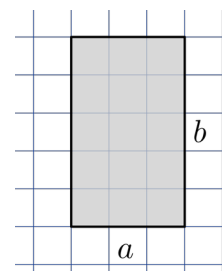
Dati $V = 1485 \text{ cm}^3$

Richiesta $c = ?$

Figura di base

$$p_b = 48 \text{ cm}$$

$$a = \frac{3}{5}b \quad (a \text{ e } b \text{ sono le dimensioni del rettangolo di base})$$



Osservazioni sui dati (prima di cominciare)

In un rettangolo i lati adiacenti sono anche detti dimensioni.

Il perimetro è la somma dei lati e il modo più semplice per scriverlo, nel caso del rettangolo, è:

$$\rightarrow p_b = a + b + a + b$$

Tuttavia la somma dei lati può essere scritta in un altro modo. Infatti per la proprietà commutativa

$$\rightarrow a + b + a + b = a + a + b + b$$

e addizionando i termini simili

$$\rightarrow a + a + b + b = 2a + 2b = 2(a + b)$$

In conclusione, il perimetro del rettangolo è il doppio della somma dei lati

$$\rightarrow p_b = 2(a + b)$$

Spiegazione

Dal perimetro ricavo la somma delle due dimensioni

$$\rightarrow a + b = p_b : 2 = 48 : 2 = 24 \text{ cm}$$

Se a è i tre quinti di b , allora b è l'intero, quindi

$$\rightarrow a = \frac{3}{5}b \rightarrow b = \frac{5}{5}$$

Ricavo il valore della somma espressa come frazione

$$\rightarrow a + b = \frac{3}{5} + \frac{5}{5} = \frac{8}{5}$$

Ora conosco la misura del segmento $a + b$ e so che è formato da 8 parti uguali, quindi posso calcolare la misura di una parte, cioè dell'unità frazionaria UF

$$\rightarrow UF\left(\frac{1}{5}\right) = 24 : 8 = 3 \text{ cm}$$

Dal valore dell'unità frazionaria UF ricavo la misura delle due dimensioni a e b

$$\rightarrow a\left(\frac{3}{5}\right) = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm} \rightarrow b\left(\frac{5}{5}\right) = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}$$

Dalle dimensioni ricavo l'area del rettangolo, che è anche l'area di base del parallelepipedo

$$\rightarrow A_b = a \cdot b = 9 \cdot 15 = 135 \text{ cm}^2$$

Conoscendo area di base e volume, applicando la formula inversa, determino l'altezza del parallelepipedo

$$\rightarrow c = \frac{V}{A_b} = \frac{1485}{135} = \frac{297}{27} = \frac{33}{3} = 11 \text{ cm}$$

3		a			
5					
5		b			
5					
8		a + b			
5		24 cm			
1	U	F			
5					

Antonio Guermani, 2017*

*©️Ⓜ️Ⓝ️ Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons:

Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia . Info su: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it>

Problema svolto sul prisma retto (base triangolare)

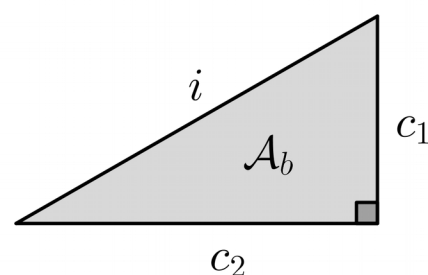
Problema su un **prisma retto** che ha per base un **triangolo rettangolo**

Un prisma retto ha per base un triangolo rettangolo. L'area di base e il volume del prisma misurano rispettivamente 630 cm^2 e 12600 cm^3 . Il lato più corto del triangolo di base misura 28 cm .

Determina l'area della superficie laterale del prisma.

Dati $A_b = 630 \text{ cm}^2$ *Richiesta* $A_l = ?$
 $V = 12600 \text{ cm}^3$
 $c_1 = 28 \text{ cm}$ (il lato più corto è un cateto)

Figura di base



Spiegazione

L'area di base è l'area di un triangolo, la formula per determinare l'area date la base e l'altezza è →

$$A_b = A_{\text{triangolo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

In un triangolo rettangolo i due cateti c_1 e c_2 fungono da base ed altezza e quindi la formula diventa →

$$A_b = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$$

Poiché ho l'area e un cateto, posso determinare, la misura dell'altro cateto con la formula inversa →

$$c_2 = \frac{2A_b}{c_1} = \frac{2 \cdot 630}{28} = \frac{630}{14} = \frac{315}{7} = 45 \text{ cm}$$

con il teorema di Pitagora determino l'ipotenusa →

$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = \sqrt{28^2 + 45^2} = \sqrt{784 + 2025} = \sqrt{2809} = 53 \text{ cm}$$

Adesso ho tutti e tre i lati del triangolo e posso calcolare il suo perimetro →

$$p = i + c_1 + c_2 = 53 + 28 + 45 = 38 + 34 = 126 \text{ cm}$$

Per calcolare l'area della superficie laterale mi manca ancora l'altezza del prisma. Dalla formula del volume... →

$$V = A_b \cdot k$$

... ricavo la formula inversa per trovare l'altezza →

$$k = \frac{V}{A_b} = \frac{12600}{630} = \frac{1260}{63} = \frac{420}{21} = 20 \text{ cm}$$

Adesso che ho l'altezza e il perimetro posso calcolare l'area della superficie laterale del prisma →

$$A_l = p \cdot k = 126 \cdot 20 = 2520 \text{ cm}^2$$

Antonio Guermani, 2017*

*© Antonio Guermani. Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons: [Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it). Info su: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it>

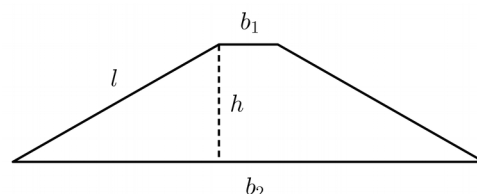
Problema svolto sul prisma retto

Problema su un **prisma retto** che ha per base un **trapezio**

Un prisma retto ha l'altezza di 40 cm e per base un trapezio isoscele avente le due basi rispettivamente di 4 cm e 34 cm e l'altezza di 8 cm. Calcola la superficie totale ed il volume del prisma.

Dati $K = 40 \text{ cm}$ **Richieste** $A_t = ?$
 $b_1 = 4 \text{ cm}$ $V = ?$
 $b_2 = 34 \text{ cm}$
 $h = 8 \text{ cm}$

Figura di base



Spiegazione

Posso determinare subito l'area della base del prisma, che è l'area di un trapezio →

Svolgimento

$$A_b = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2} = \frac{(4 + 34) \cdot 8}{2} = 38 \cdot 4 = 152 \text{ cm}^2$$

e quindi anche esaudire la prima richiesta del problema, cioè il volume del prisma →

$$V = A_b \cdot k = 152 \cdot 40 = 6080 \text{ cm}^3$$

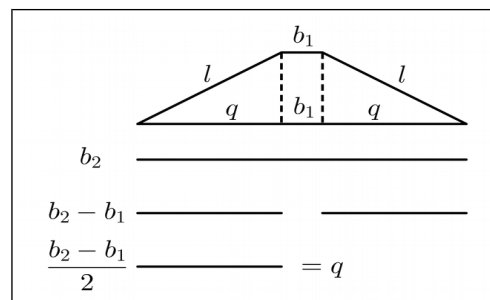
Per determinare l'area della superficie totale, ho bisogno dell'area della superficie laterale →

$$A_l = p \cdot k$$

e quindi devo trovare il perimetro di base p , che è in effetti il perimetro del trapezio: →

$$p_{\text{trap}} = b_1 + b_2 + 2l$$

Per calcolare il perimetro mi manca il lato obliquo l , ma per trovarlo devo prima avere la misura di un altro segmento, che chiamerò q e che è la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore, come si vede nel riquadro a destra.

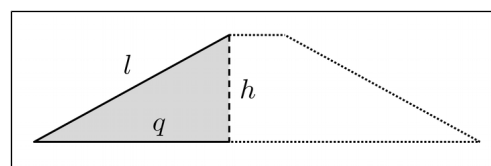


Dalla figura si capisce che il segmento q si trova →

$$q = \frac{b_2 - b_1}{2} = \frac{34 - 4}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

Nel riquadro seguente, qui a destra, possiamo osservare che una parte del trapezio forma un triangolo rettangolo in cui:

- il lato obliquo l è l'ipotenusa;
- l'altezza h e la proiezione q sono i cateti.



Applico il teorema di Pitagora al triangolo hql →

$$l = \sqrt{q^2 + h^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

Ora ho tutti i dati per calcolare il perimetro →

$$p = b_1 + b_2 + 2l = 4 + 34 + 2 \cdot 17 = 38 + 34 = 72 \text{ cm}$$

Calcolo l'area della superficie laterale →

$$A_l = p \cdot k = 72 \cdot 40 = 2880 \text{ cm}^2$$

Calcolo l'area della superficie totale →

$$A_t = A_l + 2A_b = 2880 + 2 \cdot 152 = 2880 + 304 = 3184 \text{ cm}^2$$

Antonio Guermani, 2017*

*©️️️ Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons:

Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia . Info su: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it>