

PROBLEMA: l'orto di Pavel

Pavel possiede un ampio terreno all'interno del quale ha deciso di costruirci un piccolo orto a forma rettangolare lungo 16 metri e largo 9 metri. Spiega la sua idea alla moglie Ester che gli consiglia di costruirlo della stessa estensione, ma di forma quadrata. Visto che poi dovrà recintarlo, sostiene Ester, se è quadrato risparmierai sul costo della recinzione. Pavel non è convinto e risponde alla moglie che se l'area è la stessa anche il perimetro lo sarà. Chi ha ragione?

DATI

$a = 16\text{ m}$ lunghezza dell'orto rettangolare

$b = 9\text{ m}$ larghezza dell'orto rettangolare

$A_R = A_Q$ l'area dell'orto rettangolare è la stessa dell'area dell'orto quadrato (si può dire anche: *l'orto rettangolare è equivalente all'orto quadrato*)

Vogliamo sapere se il perimetro sarà lo stesso nei due casi, e quindi vogliamo conoscere i perimetri (richiesta):

$$p_R = ?$$

$$p_Q = ?$$

SVOLGIMENTO

Il perimetro dell'orto rettangolare possiamo ricavarlo subito:

$$p_R = 2(a + b) = 2 \cdot (16 + 9) = 2 \cdot 25 = 50\text{ m}$$

Per conoscere il perimetro dell'orto quadrato, dovremmo sapere il lato ℓ del quadrato.

Possiamo ricavare il lato del quadrato dalla sua area, che è la stessa di quella del rettangolo.

Allora prima calcoliamo l'area A_R che avrebbe l'orto rettangolare:

$$A_R = a \cdot b = 16 \cdot 9 = 144\text{ m}^2$$

$$A_R = A_Q = 144\text{ m}^2 \quad (\text{l'area del quadrato è la stessa, come dice Ester})$$

$$\ell = \sqrt{A_Q} = \sqrt{144} = 12\text{ m} \quad \text{perché } A_Q = \ell^2 \text{ e l'estrazione di radice è l'operazione inversa}$$

$$p_Q = 4\ell = 12 \cdot 4 = 48\text{ m}$$

Abbiamo verificato che il perimetro dell'orto rettangolare è di 50 m, quello dell'orto quadrato è di 48 m. Ha ragione Ester: a parità di area il perimetro dell'orto quadrato è minore e quindi si risparmia sulla recinzione (anche se solo per due metri).

Il risultato che abbiamo ottenuto è parte di una **regola generale**:

Tra tutti i rettangoli equivalenti, il quadrato è quello con il perimetro minore

Antonio Guermani, 2020*

*© Antonio Guermani. Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons:

Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia. Info su: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it>

