

### Problemi da risolvere con equazioni – prima serie: 12 problemi

PROBLEMA N°1      Se alla metà di un numero si sottrae il numero cinque, si ottiene 6. Di quale numero si tratta?

SOLUZIONE      Il problema si risolve scrivendo e poi risolvendo un'equazione

Procedo nel seguente modo

1. Individuo l'incognita del problema:

$x$  = numero da determinare

2. Costruisco l'equazione rileggendo il problema e traducendo in linguaggio matematico

Se alla metà di un numero       $\rightarrow \frac{1}{2}x$

... si sottrae il numero 5,       $\rightarrow \frac{1}{2}x - 5$

... si ottiene 6       $\rightarrow \frac{1}{2}x - 5 = 6$

3. Ora risolvo l'equazione

$$\frac{1}{2}x - 5 = 6$$

$$\frac{1}{2}x = 6 + 5$$

$$\frac{1}{2}x = 11$$

$$x = 11 \cdot 2$$

$$x = 22$$

N°	Problema	Equazione	Risultato
1	Vedi esempio svolto		
2	Se a un terzo di un numero si aggiunge un sesto dello stesso numero, si ottiene venti. Di quale numero si tratta?	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x = 20$	$x = 40$
3	Se a un quarto di un numero si aggiunge la frazione un quarto, si ottiene cinque. Di quale numero si tratta?	$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} = 5$	$x = 19$
4	Se ai due terzi di un numero si sottraggono i suoi tre quinti, si ottiene la frazione un mezzo. Di quale numero si tratta?	$\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{15}{2}$
5	Se a un numero si sottrae 4 e si triplica questa differenza, si ottiene quello stesso numero moltiplicato per cinque. Di quale numero si tratta?	$3 \cdot (x - 4) = 5x$	$x = -6$
6	La metà di un numero è di sei unità minore del numero stesso. Di quale numero si tratta?	$\frac{1}{2}x = x - 6$	$x = 12$
7	Un quinto di un numero è di tre unità minore della metà del numero stesso. Di quale numero si tratta?	$\frac{1}{5}x = \frac{1}{2}x - 3$	$x = 10$
8	Di tutti i quesiti di un test, la metà sono di matematica, un terzo sono di italiano e 5 sono di cultura generale. Quanti sono i quesiti in tutto?	$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + 5$	$x = 30$
9	Un quarto dei panini preparati per il pic-nic è al prosciutto, un sesto è al formaggio. Ci sono poi anche sette panini con la frittata. Quanti panini sono stati preparati in tutto?	$x = \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + 7$	$x = 12$
10	Antonio ha speso un terzo del suo stipendio per l'affitto, un quarto per le tasse e un sesto per i generi alimentari. Ha speso anche 280 € in acquisti vari, e alla fine gli sono rimasti 350 €. Calcola lo stipendio di Antonio.	$x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + 280 + 350$	$x = 2520 \text{ €}$
11	Domenica sera Lorenzo ha letto un quarto delle pagine di un libro. Lunedì sera ne ha lette due quinti e martedì un sesto. Mercoledì ha letto le ultime 55 pagine. Quante pagine aveva quel libro?	$x = \frac{1}{4}x + \frac{2}{5}x + \frac{1}{6}x + 55$	$x = 300$
12	Marta ha nel portafoglio alcune monete. Di tutte le monete, due quinti sono monete da un euro, un quarto sono monete da 20 centesimi e le ultime sette sono monete da 50 centesimi. Qual è il valore complessivo delle monete che ha nel portafoglio?	$x = \frac{2}{5}x + \frac{1}{4}x + 7$	$x = 20 \text{ (monete)}$ $v = 12,50 \text{ €}$

**Problemi da risolvere con equazioni – seconda serie: 27 problemi**

PROBLEMA N°2 Un tulipano costa 1 € e una rosa 2 €. Pietro ha comprato in tutto 13 fiori e ha pagato 18 €. Quanti tulipani e quante rose ha comprato?

SOLUZIONE

**1ª parte: determino i dati e le condizioni del problema**

Definisco le variabili che non conosco e che devo determinare

$t$  = quantità di tulipani

$r$  = quantità di rose

Poiché le variabili sono due, devo trovare due condizioni indipendenti che legano tra loro le variabili

1ª condizione (il totale dei fiori è 13)

$$t + r = 13$$

2ª condizione (il costo totale è 18 €)

$$t \cdot 1 + r \cdot 2 = 18$$

che posso scrivere più comodamente:

$$t + 2r = 18$$

**2ª parte: decido l'incognita  $x$ , scrivo l'equazione**

Decido che  $r$  sarà l'incognita dell'equazione e quindi

$$r = x$$

Scelgo a piacere una delle condizioni per esprimere un'incognita in funzione dell'altra.

Per esempio nella 2ª condizione, posso portare a destra  $+2r$

$$t = 18 - 2x$$

Ho trovato il modo di esprimere  $t$  in funzione di  $x$

Riscrivo la 1ª condizione

$$t + r = 13$$

al posto di  $r$  scrivo  $x$  e al posto di  $t$  scrivo  $18 - 2x$

$$(18 - 2x) + x = 13$$

**3ª parte: risolvo l'equazione**

Ho trovato un'equazione di primo grado che contiene solo l'incognita  $x$  e quindi posso risolverla

$$18 - 2x + x = 13$$

$$- 2x + x = 13 - 18$$

$$- x = - 5$$

$$x = 5 \quad \text{quindi } r = 5$$

Adesso calcolo il valore di  $t$

$$t = 18 - 2x$$

$$t = 18 - 2 \cdot 5$$

$$t = 18 - 10 = 8$$

N°	Problema	Dati e condizioni	Equazione	Risultato
1	La somma degli anni di Riccardo e di Susanna è 77 anni e la differenza è 5 anni. Quanti anni hanno Riccardo e Susanna?	$r$ → età di Riccardo $s$ → età di Susanna 1ªC: $r + s = 77$ 2ªC: $r - s = 5$	Decido che $s = x$ dalla 2ªC: $r = 5 + x$ dalla 1ªC: $(5 + x) + x = 77$	$x = 36$ $s = 36$ anni $r = 41$ anni
2	Un tulipano costa 1 € e una rosa 2 €. Pietro ha comprato in tutto 13 fiori e ha pagato 18 €. Quanti tulipani e quante rose ha comprato? [questo problema è simile al numero 7]	$t$ → quantità di tulipani $r$ → quantità di rose 1ªC: $t + r = 13$ 2ªC: $t \cdot 1€ + r \cdot 2€ = 18€$	Decido che $r = x$ dalla 2ªC: $t = 18 - 2x$ dalla 1ªC: $(18 - 2x) + x = 13$	$x = 5$ $r = 5$ $t = 8$
3	Un detersivo concentrato va diluito nel rapporto 1:4. Quanto detersivo concentrato e quanta acqua occorrono se si vogliono preparare 3 litri di detersivo già diluito, pronto all'uso? [questo problema è simile al numero 9]	$d$ → volume del detersivo $a$ → volume dell'acqua 1ªC: $d : a = \frac{1}{4}$ 2ªC: $d + a = 3\ell$	Decido che $a = x$ dalla 1ªC: $d = \frac{1}{4}x$ dalla 2ªC: $\frac{1}{4}x + x = 3$	$x = 2,4$ $a = 2,4 \ell$ $b = 0,6 \ell$
4	Due adulti e quattro bambini sono andati a un parco divertimenti. I biglietti d'ingresso sono costati in tutto 26 €. Un biglietto per adulti costa 4 € in più di quello per bambini. Calcola il prezzo dei biglietti.	$a$ → costo ingresso adulti $b$ → costo ingresso bambini 1ªC: $2a + 4b = 26€$ 2ªC: $a = b + 4$	Decido che $b = x$ dalla 2ªC: $a = x + 4$ dalla 1ªC: $2 \cdot (x + 4) + 4x = 26$	$x = 3$ $b = 3€$ $a = 7€$
5	Stendendo per terra una corda di 30 m si delimita un rettangolo, che ha una dimensione di 4 m maggiore dell'altra. Calcola la lunghezza dei lati del rettangolo.	$a$ → misura del lato corto $b$ → misura del lato lungo 1ªC: $2a + 2b = 30$ m 2ªC: $b = a + 4$	Decido che $a = x$ dalla 2ªC: $b = x + 4$ dalla 1ªC: $2 \cdot (x + 4) + 2x = 30$	$x = 5,5$ $a = 5,5$ m $b = 9,5$ m
6	In un triangolo isoscele, l'angolo al vertice misura il doppio di ciascun angolo alla base. Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo.	$v$ → ampiezza angolo al vertice $b$ → ampiezza angolo alla base 1ªC: $v = 2b$ 2ªC: $v + b + b = 180^\circ$	Decido che $b = x$ dalla 1ªC: $v = 2x$ dalla 2ªC: $2x + x + x = 180$	$x = 45$ $b = 45^\circ$ $v = 90^\circ$
7	Matteo ha speso 140 € pagando in banconote da venti euro e da cinque euro. Quante erano le banconote da 20 € e quante quelle da 5 €, se in tutto ha usato 16 banconote?	$a$ → n° banconote da 20 € $b$ → n° banconote da 5 € 1ªC: $20€ \cdot a + 5€ \cdot b = 140€$ 2ªC: $a + b = 16$	Decido che $a = x$ dalla 2ªC: $b = 16 - x$ dalla 1ªC: $20x + 5 \cdot (16 - x) = 140$	$x = 4$ $a = 4$ $b = 12$

N°	Problema	Dati e condizioni	Equazione	Risultato
8	La signora Maria ha imbottigliato del nocino in bottiglie da mezzo litro e del limoncello in bottiglie da un litro e mezzo. Ha ottenuto complessivamente 30 litri di liquore e ha riempito in tutto 36 bottiglie. Quanti sono i litri per ciascuno dei due tipi di liquore?	$N \rightarrow n^\circ$ bottiglie Nocino $L \rightarrow n^\circ$ bottiglie Limoncello 1°C: $0,5\ell \cdot N + 1,5\ell \cdot L = 30\ell$ 2°C: $N + L = 36$ $V_N = 0,5 \cdot N \rightarrow$ volume Nocino $V_L = 1,5 \cdot L$ vol. Limoncello	Decido che $N = x$ dalla 2°C: $L = 36 - x$ dalla 1°C: $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \cdot (36 - x) = 30$	$x = 24$ $N = 24$ $L = 12$ $V_N = 12\ell$ $V_L = 18\ell$
9	L'acqua regia è una miscela di due acidi, in grado di sciogliere l'oro. È costituita da acido nitrico e acido cloridrico mescolati nel rapporto 1:3. Quanti grammi di acido nitrico e quanti di acido cloridrico occorrono per preparare 500 g di acqua regia?	$n \rightarrow$ peso acido nitrico $c \rightarrow$ peso acido cloridrico 1°C: $n : c = \frac{1}{3}$ 2°C: $n + c = 500$ g	Decido che $c = x$ dalla 1°C: $n = \frac{1}{3}x$ dalla 2°C: $\frac{1}{3}x + x = 500$	$x = 375$ $c = 375$ g $n = 125$ g
10	Anna ha fatto due verifiche di matematica. Nella seconda verifica ha ottenuto un voto di tre punti migliore rispetto alla prima verifica. La media dei due voti è 8,5. Quali voti ha preso Anna?	$a \rightarrow$ voto 1ª verifica $b \rightarrow$ voto 2ª verifica 1°C: $b = a + 3$ 2°C: $(a + b) : 2 = 8,5$	Decido che $a = x$ dalla 1°C: $b = x + 3$ dalla 2°C: $\frac{x + (x + 3)}{2} = 8,5$	$x = 7$ $a = 7$ $b = 10$
11	La somma di due numeri è 40. Uno dei numeri è il triplo della metà dell'altro. Di quali numeri si tratta?	$a \rightarrow$ 1° numero $b \rightarrow$ 2° numero 1°C: $a + b = 40$ 2°C: $a = 3 \cdot \frac{1}{2}b$	Decido che $b = x$ dalla 2°C: $a = 3 \cdot \frac{1}{2}x$ dalla 1°C: $3 \cdot \frac{1}{2}x + x = 40$	$x = 16$ $b = 16$ $a = 24$
12	Se la spesa del noleggio di un pullman viene divisa in parti uguali tra tutti gli alunni di una classe, ciascuno dovrebbe pagare 15 €. Ma due ragazzi decidono di non partecipare alla gita e così il prezzo a testa diventa 16 €. Quanti alunni partecipano alla gita? <i>[questo problema è simile al numero 26]</i>	$x \rightarrow$ alunni che partecipano alla gita $x + 2 \rightarrow$ alunni della classe	$16 \cdot x = 15 \cdot (x + 2)$ perché il costo totale della gita a $x$ partecipanti dev'essere uguale al totale calcolato su $x + 2$ partecipanti	$x = 30$
13	Un'agenzia che organizza feste si fa pagare un prezzo fisso e in aggiunta un prezzo per ogni invitato. Per una festa con 40 invitati il prezzo complessivo è 740 €, mentre per una festa con 100 invitati il prezzo complessivo è 1640 €. Calcola il prezzo fisso e la quota per ogni invitato.	$f \rightarrow$ prezzo fisso $i \rightarrow$ prezzo per ogni invitato 1°C: $f + 40i = 740\text{€}$ 2°C: $f + 100i = 1640\text{€}$	Decido che $i = x$ dalla 1°C: $f = 740 - 40x$ dalla 1°C: $(740 - 40x) + 100x = 1640$	$x = 140$ $i = 15\text{€}$ $f = 140\text{€}$
14	Eva ha 40 anni e Gaia ne ha 14. Tra quanti anni Eva avrà il doppio dell'età che Gaia avrà in quel momento?	$x \rightarrow$ anni da aggiungere $40 + x \rightarrow$ età che avrà Eva $14 + x \rightarrow$ età che avrà Gaia	$40 + x = 2 \cdot (14 + x)$	$x = 12$ anni
15	La signora Maria sta cuocendo del passato di pomodoro. Se versa il passato in bottiglie da un terzo di litro, le occorrono sei bottiglie in più che se usa bottiglie da mezzo litro. Quante bottiglie da tre quarti di litro le occorrerebbero per imbottigliare il passato?			
16	Antonio è andato con la sua automobile a vedere un concerto in una città a 140 km dalla sua. È partito da casa due ore prima dell'inizio del concerto. All'inizio del viaggio ha guidato piano, ammirando il panorama, a una velocità media di 60 km/h. Verso la fine del viaggio ha guidato a una velocità media di 100 km/h, per arrivare giusto in tempo per l'inizio del concerto. Per quanto tempo Antonio ha viaggiato a una media di 60 km/h? Che distanza ha percorso in quell'intervallo di tempo?			

N°	Problema	Dati e condizioni	Equazione	Risultato
17	La somma delle cifre di un numero a due cifre è 7. Se si scambia la cifra delle unità con la cifra delle decine, si ottiene un numero che è di nove minore rispetto al numero iniziale. Di quale numero si tratta?			
18	Un cavallo e un mulo camminavano fianco a fianco portando un pesante carico sulla schiena. Il cavallo si lamentava del peso insopportabile del suo fardello. «Di cosa ti lamenti?», gli rispondeva il mulo. «Se prendo uno dei tuoi sacchi, il mio carico diventerebbe il doppio del tuo. Se invece tu prendessi uno dei miei sacchi, il tuo fardello sarebbe uguale al mio.» Quanti sacchi aveva sulla schiena il cavallo. E quanti ne aveva il mulo?	$c \rightarrow$ n° sacchi sul cavallo $m \rightarrow$ n° sacchi sul mulo 1°C: $m + 1 = 2 \cdot [c + 1]$ 2°C: $c + 1 = m - 1$	Decido che $m = x$ dalla 2°C: $c = x - 2$ dalla 1°C: $x + 1 = 2 \cdot [(x - 2) - 1]$	$x = 7$ $m = 7$ $c = 5$
19	In quale rapporto devono essere mescolati una soluzione salina al 30% e una soluzione salina al 70%, per ottenere una soluzione al 60%?			
20	La somma di tre numeri consecutivi è 102. Quali sono i tre numeri?	$a = x \rightarrow$ 1° numero $b = x + 1 \rightarrow$ 2° numero $c = x + 2 \rightarrow$ 3° numero	$x + (x + 1) + (x + 2) = 102$	$x = a = 33$ $b = 34$ $c = 35$
21	La somma di due numeri pari consecutivi è 94. Quali sono i due numeri?	$a = x \rightarrow$ 1° numero $b = x + 2 \rightarrow$ 2° numero	$x + (x + 2) = 94$	$x = a = 46$ $b = 48$
22	La somma di tre numeri dispari consecutivi è 123. Quali sono i tre numeri?	$a = x \rightarrow$ 1° numero $b = x + 2 \rightarrow$ 2° numero $c = x + 4 \rightarrow$ 3° numero	$x + (x + 2) + (x + 4) = 123$	$x = a = 39$ $b = 41$ $c = 43$
23	Dopo che Giacomo aveva mangiato un quinto e Andrea due terzi delle noccioline, rimanevano per gli altri 44 noccioline. Quante noccioline aveva mangiato Giacomo? E Andrea?	$x \rightarrow$ totale noccioline $g = \frac{1}{5}x$ mangiate da Giacomo $a = \frac{1}{5}x$ mangiate da Andrea	$x = \frac{1}{5}x + \frac{2}{3}x + 44$	$x = 330$ $g = 66$ $a = 220$
24	In una busta per minestrone ci sono carote e patate in rapporto 2:8. Quanto di entrambi gli ingredienti è contenuto in una porzione di minestra da 300 g, se metà della porzione è costituita dai suddetti ingredienti?	$c \rightarrow$ peso delle carote $p \rightarrow$ peso delle patate 1°C: $\frac{c}{p} = \frac{2}{8}$ 2°C: $c + p = \frac{1}{2} \cdot 300$ g	Decido che $p = x$ dalla 1°C: $c = \frac{2}{8}x$ dalla 2°C: $\frac{2}{8}x + x = \frac{1}{2} \cdot 300$	$x = 120$ $p = 120$ g $c = 30$ g
25	Katia ha messo in banca 10000 €. Una parte dei soldi è sul conto corrente, che dà un interesse annuo del 4%. Il resto dei soldi è investito in azioni che danno un interesse annuo del 7%. Alla fine dell'anno i suoi soldi sono aumentati di 595 €. Quanti soldi ha messo sul conto e quanti in azioni?	$c \rightarrow$ soldi in conto corrente $a \rightarrow$ soldi in azioni 1°C: $c + a = 10\ 000$ 2°C: $\frac{4}{100}c + \frac{7}{100}a = 595$ €	Decido che $c = x$ dalla 1°C: $a = 10000 - x$ dalla 2°C: $0,4x + 0,7(10000 - x) = 595$	$x = 3500$ $c = 3500$ $a = 6500$
26	Sedici pirati si sono impadroniti di una cassa piena di monete d'oro. Decidono di spartirsi le monete dopo averci dormito su una notte. Al risveglio si accorgono che uno dei pirati è morto durante la notte per le ferite riportate in battaglia. «Beh, adesso ciascuno di noi avrà cinque monete in più» dichiara con freddezza uno dei pirati. Quante monete d'oro spettano a ciascuno?	$x \rightarrow$ monete che sarebbero state date a ciascuno dei 16 pirati iniziali $x + 5 \rightarrow$ monete che spettano a ciascuno dei 15 pirati rimasti	$16 \cdot x = 15 \cdot (x + 5)$ perché il totale delle monete dato a 16 pirati dev'essere uguale al totale calcolato sulla divisione a 15 pirati	$x = 75$ $x + 5 = 80$
27	È stato deciso di sostituire tutte le lampadine di una sala per ricevimenti con lampadine a risparmio energetico. Le lampadine sono in tutto 28. Una parte viene sostituita da lampadine da 20 watt e il resto con lampadine da 16 watt, per una potenza complessiva di 516 watt. Quante lampadine di ciascun tipo vengono usate?	$a \rightarrow$ n° lampadine da 20 W $b \rightarrow$ n° lampadine da 16 W 1°C: $a + b = 28$ 2°C: $20W \cdot a + 16W \cdot b = 516W$	Decido che $a = x$ dalla 1°C: $b = 28 - x$ dalla 2°C: $20x + 16 \cdot (28 - x) = 516$	$x = 17$ $a = 17$ $b = 11$