Elevamento a potenza cap. 1– teoria

In questa pagina si parla di una nuova operazione. Se sei arrivato fin qui, vuol dire che ti sei esercitato molto sulle quattro operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione).

Ma perché tutti le chiamano: « Le quattro operazioni », come se fossero le uniche? Forse perché sono le prime quattro, quelle più semplici, che si imparano alla scuola primaria, quelle indispensabili per fare i conti nella vita di tutti i giorni.

Ora introduciamo la nuova operazione confrontandola con due di quelle che conosciamo già: l'addizione e la moltiplicazione. Per un motivo che vedrai in seguito, scriviamo le operazioni senza il segno (**+** e **·**). Usiamo per il momento una scrittura generica che usa le parentesi **()** un punto e virgola **;** e una freccia **→** .

Come sappiamo, ogni operazione associa a due termini un risultato, una situazione che possiamo generalizzare in questo modo:

(1° termine; 2° termine) → risultato

o anche: (a; b) → c

Scegliamo due termini qualsiasi, per esempio 2 e 3 e vediamo cosa succede:

ADDIZIONE	$(2;3) \overset{addiz}{\rightarrow} 5$	(come sai già)
MOLTIPLICAZIONE	$(2;3) \overset{moltipl}{\rightarrow} 6$	(come sai già)
ELEVAMENTO A POTENZA	$(2;3) \overset{elevam}{\rightarrow} 8$	(tra breve vedremo perché)

Nella moltiplicazione il procedimento è: $(2;3) \overset{moltipl}{\rightarrow} \underbrace{2+2+2}_{3\ addendi}$

che a parole si spiega così: « *addiziona tanti addendi uguali al 1° termine quanti indicati dal 2° termine* ».

Nel nostro esempio: « *addiziona 3 addendi uguali a 2* ».

Il procedimento nell'elevamento a potenza

assomiglia a quello della moltiplicazione ed è: $(2;3) \overset{elevam}{\rightarrow} \underbrace{2\cdot2\cdot2}_{3\ fattori}$

che a parole si spiega così: « *moltiplica tanti fattori uguali al 1° termine quanti indicati dal 2° termine* ».

Nel nostro esempio: « *moltiplica 3 fattori uguali a 2* ».

Il segno Ora è venuto il momento di parlare del segno dell'operazione:

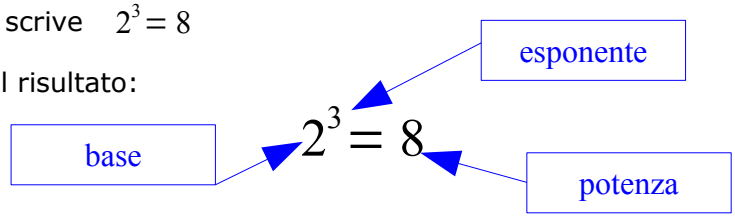
nell'addizione è	**+**
nella moltiplicazione è	**·** *oppure* **×**
nell'elevamento a potenza è	*niente*

Sorpresa! Nell'elevamento a potenza non c'è un simbolo, com'è possibile?

Nell'elevamento a potenza i due termini si distinguono dal fatto che il primo è scritto normalmente invece il secondo è scritto in carattere più piccolo ed è posizionato in alto e a destra del primo.

Quindi $(2;3) \overset{elevam}{\rightarrow} 8$ si scrive $2^3 = 8$

I nomi dei termini e del risultato:



La definizione – L'elevamento a potenza è un'operazione che associa a due termini, detti base ed esponente, un risultato, detto potenza, che si ottiene moltiplicando tanti fattori uguali alla base quanti indicati dall'esponente.
Se *a* e *b* sono base ed esponente e *c* è la potenza, l'elevamento a potenza si scrive: $a^b = c$.

Per esempio, $2^3 = 8$ si legge: «due alla terza uguale a otto».

Gli esponenti 2 e 3 si dicono anche « al quadrato » e « al cubo »

2^3 si può dire anche: « due al cubo » e 3^2 si può dire anche: « tre al quadrato »

In sintesi

L'elevamento a potenza equivale a una o più moltiplicazioni con fattori tutti uguali.

Questa nuova operazione introduce delle novità rispetto a tutte e quattro le operazioni precedenti:

- manca il segno di operazione (come +, −, ·, :). Il segno è sostituito dalla differente posizione e dimensione del secondo termine (l'esponente) rispetto al primo (la base). Saranno contenti gli insegnanti che si arrabbiano quando gli studenti chiamano le operazioni con i nomi dei segni: « la più », « la meno », « la per », « la diviso ». Con l'elevamento a potenza questo errore non si potrà più fare.
- il nome del risultato (potenza) è quasi uguale a quello dell'operazione (elevamento a potenza). Accidenti, avevamo appena imparato a non confondere l'addizione con la somma! Qui i nomi sono simili ed è ancora più facile fare confusione, se non stiamo attenti.

Esempi

$3^2 = \underbrace{3 \cdot 3}_{2\,volte} = 9$; $4^3 = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{3\,volte} = 64$; $2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5\,volte} = 32$; $10^4 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{4\,volte} = 10\,000$

Errori da evitare

Di fronte all'elevamento a potenza sappiamo di dover fare delle moltiplicazioni, ma il nostro cervello è abituato a moltiplicare i numeri che vede quindi a volte tende a moltiplicare la base per l'esponente. Allora attenzione perché:

$2^3 \neq 2 \cdot 3$ quindi $2^3 = 6$ è sbagliato $2^3 = 8$ è giusto

$5^2 \neq 5 \cdot 2$ quindi $5^2 = 10$ è sbagliato $5^2 = 25$ è giusto

Elevamento a potenza cap.1 – esercizi

Esercizio 1 Riscrivi sul quaderno e risolvi le seguenti operazioni. Svolgi i calcoli a mente finché riesci, altrimenti per iscritto e in colonna sul tuo quaderno.

$$6^3 ; 7^3 ; 10^2 ; 20^2 ; 5^4 ; 2^7 ; 1^4 ; 1^9 ; 12^3 ; 10^6.$$

Esercizio 2 Riscrivi e traduci in linguaggio matematico le seguenti frasi

Esempio *due alla quarta* *soluzione* *due alla quarta* → 2^4

a) otto alla terza
b) dieci alla quarta
c) quattro alla decima
d) sei al quadrato
e) undici alla settima
f) otto al cubo
g) sei alla seconda
h) tre al cubo
i) due al quadrato

Esercizio 3a Riscrivi sul quaderno e risolvi le seguenti due operazioni

$2^4 =$ $4^2 =$

Esercizio 3b Rispondi alla seguente domanda: vale la proprietà commutativa nell'elevamento a potenza? Motiva la risposta.

Esercizio 4 Ricopia sul tuo quaderno e completa le seguenti tabelle

[*Suggerimento*: se hai la base e l'esponente e ti manca la potenza basta eseguire l'operazione, ma se il numero mancante è la base o l'esponente non c'è un procedimento preciso da applicare, devi andare per tentativi usando l'intuito e poi verificare a mente o per iscritto se l'operazione di elevamento a potenza dà il risultato giusto]

base	esponente	potenza
5	3	***125***
7	2	
6		36
	2	144
11		1331
8		4096

base	esponente	potenza
15		225
1		1
2		128
	3	216
	2	81
	4	81

base	esponente	potenza
10		1000
50	2	
	7	1
	2	64
	3	64
	6	64

Esercizio 5 Ricopia sul tuo quaderno e completa le seguenti tabelle

$2^2 =$	***4***
$2^3 =$	
$2^4 =$	
$2^5 =$	
continua tu fino a 2^{10}	

$10^2 =$	***100***
$10^3 =$	
$10^4 =$	
$10^5 =$	
continua tu fino a 10^9	

$5^2 =$	***25***
$15^2 =$	
$25^2 =$	
$35^2 =$	
continua tu fino a 95^2	

Antonio Guermani, 2012*

* Alcuni diritti sono riservati. Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons:
Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 3.0 Italia . Info su: http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/deed.it