

A03.2 Potenze di due

Perché le potenze si chiamano così? Forse per il fatto che l'operazione che dà questi risultati è un'operazione molto potente. Infatti, partendo da due numeri piccoli (base ed esponente), si possono ottenere risultati anche molto grandi.

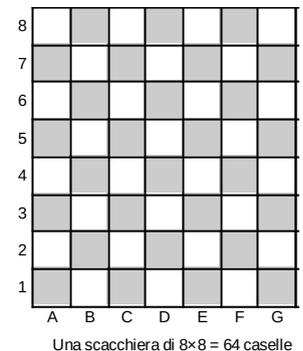
Per esempio: prendiamo due numeri come 10 e 9 e usiamoli per un'addizione, una moltiplicazione e un elevamento a potenza:

addizione: $10 + 9 = 19$

moltiplicazione: $10 \cdot 9 = 90$

elevamento a potenza: $10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$

Partendo da due numeri piccoli come 10 e 9, con l'elevamento a potenza abbiamo ottenuto un miliardo! È un'operazione così potente che si fa fatica ad immaginare la grandezza dei risultati.



A questo proposito c'è una storia significativa, raccontata da Malba Tahan nel suo romanzo *L'uomo che sapeva contare*, questa storia è **la leggenda sull'origine degli scacchi**.

Si narra che un Re dell'India volesse ricompensare il giovane Sessa che aveva inventato per lui il gioco degli scacchi. Sessa chiese di essere pagato in chicchi di grano nel seguente modo: un chicco per la prima casella della scacchiera, due chicchi per la seconda, quattro chicchi per la terza e così via, raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima (guarda la figura sopra).

Il re credeva che la richiesta di Sessa fosse di poco conto, ma si sbagliava. Infatti, nella richiesta di Sessa, il numero di chicchi aumenta secondo le potenze di due. L'ultima casella, da sola, vale per una quantità pari a 2^{63} chicchi. Non ci possiamo rendere conto veramente di quanto sia grande questo numero finché non lo abbiamo calcolato. Se lo facciamo con una calcolatrice, scopriamo che si tratta di un numero composto da 19 cifre! (Non tutte le calcolatrici accettano numeri così grandi.)

A questa quantità, che è la maggiore, si dovranno poi aggiungere tutte quelle delle 63 caselle precedenti, cioè dovremmo calcolare $2^{63} + 2^{62} + 2^{61} + 2^{60} + \dots + 2^2 + 2 + 1$ (in realtà c'è un metodo molto più veloce per fare questo calcolo).

Problema 1 - La tonsillite di Giacomino e la scissione binaria

I batteri si riproducono per **scissione binaria**, cioè ogni batterio si accresce e si divide in due dopo un certo tempo. La cellula batterica, presente prima della scissione, è detta cellula madre. Le cellule presenti dopo la scissione sono dette cellule figlie. Dopo la scissione la cellula madre non c'è più perché si è suddivisa generando le due cellule figlie, quindi con la scissione binaria da ogni batterio se ne originano due.

Il tempo necessario al batterio per crescere e dividersi varia a seconda delle condizioni ambientali come la temperatura e la presenza di nutrimento. L'intervallo di tempo tra una divisione e la successiva può andare da 20 minuti a qualche ora.

Tra tutti i batteri presenti nell'aria ce ne sono alcuni che provocano malattie e per questo sono detti **batteri patogeni**. Immaginiamo, per semplicità, che un unico batterio riesca a raggiungere una tonsilla nella gola di Giacomino e che il suo ciclo riproduttivo si compia in mezz'ora: questo significa che dopo mezz'ora i batteri saranno due, dopo un'ora quattro e così via. Se potessero riprodursi senza essere ostacolati, quanti sarebbero i batteri sulla tonsilla di Giacomino dopo un giorno intero? [Rispondi mettendo per iscritto il procedimento che hai usato per risolvere il problema, puoi usare la calcolatrice per i calcoli].

Problema 2 - Piegare la carta

Immaginiamo di voler piegare un foglio di carta a metà e di volerlo fare per otto volte. Dopo la prima piegatura otterremo uno spessore di due fogli. Quale sarà lo spessore in fogli dopo le otto piegature? È possibile piegare un foglio di carta a metà per otto volte? [Prova a farlo con un tuo foglio qualsiasi e poi rispondi per iscritto motivando la risposta].